



Dianda, Daniela

Hernandez, Lucia

Quaglino, Marta

Pagura, José Alberto

Instituto de Investigaciones Teóricas y Aplicadas de la Escuela de Estadística

ROBUSTEZ DE INDICADORES MULTIVARIADOS DE CAPACIDAD DE PROCESOS BASADOS EN COMPONENTES PRINCIPALES

1. INTRODUCCIÓN

El Análisis de Capacidad de Procesos ha sido desarrollado con el propósito particular de estudiar el comportamiento del proceso en relación a una serie de requerimientos establecidos para las características de calidad de interés.

Dichos requerimientos, más comúnmente llamados especificaciones, pueden darse en forma de un valor objetivo, es decir un valor que en promedio debe tener la característica de interés; o bien en forma de límites de especificación, es decir, valores que especifican el máximo y/o mínimo aceptable para la característica analizada.

Durante los últimos 30 años, se ha desarrollado una amplia variedad de medidas que permiten comparar el comportamiento real del proceso con las especificaciones dadas al mismo, las cuales reciben el nombre de Índices de Capacidad. Dichas medidas, en su mayoría, han sido construidas de modo que tomen un valor igual o superior a uno cuando el proceso está en concordancia con las especificaciones o incluso las supera, y un valor menor a uno cuando el proceso no es capaz de lograr los niveles de calidad requeridos.

En muchos casos, se asume que el proceso bajo estudio posee una única característica de interés a ser evaluada, y para dicha situación es extensa la variedad de índices de capacidad disponibles. Sin embargo, la situación más realista y habitual es aquella en la que el éxito en el resultado de un proceso queda descrito por un conjunto mayor de características. Una alternativa frente a esta situación ha sido, por mucho tiempo, el análisis univariado de la capacidad del proceso respecto de cada una de las características de interés por separado. Sin embargo este enfoque pierde la información sobre las asociaciones entre las variables, siendo más efectivo el tratamiento de este problema con un enfoque multivariado.



El análisis de capacidad multivariado recién ha sido objeto de estudio durante los últimos años, en los que se han propuesto diferentes alternativas para los índices multivariados, quedando aún aspectos no resueltos en torno a su aplicación en contextos prácticos.

En este trabajo, se presenta un aporte en este sentido, estudiando el comportamiento probabilístico de algunos indicadores basados en componentes principales y su robustez para identificar la capacidad de los procesos frente a alejamientos de la normalidad de las variables subyacentes.

2. INDICADORES DE CAPACIDAD DE PROCESOS BASADOS EN COMPONENTES PRINCIPALES

El uso del análisis de componentes principales con el objetivo de definir una medida unidimensional de la capacidad de un proceso multivariado, se debe al trabajo original de los autores Wang y Chen publicado en el año 1998. Estos autores proponen aplicar la técnica de componentes principales al conjunto de las p variables de calidad de interés, de modo de obtener un nuevo conjunto p variables no correlacionadas, $Y_i = u_i'X$, donde u_i es el i -ésimo autovector de la matriz Σ , asociado al i -ésimo autovalor λ_i . Este análisis, permite además reducir la dimensión del problema, ya que el índice se construye utilizando sólo aquellas componentes principales que capturen la mayor parte de la variabilidad del sistema, para cuya identificación existen diversos métodos tales como la prueba de Anderson, criterio de Kaiser, test scree, etc (Erickson et al, 2006).

La transformación usada para obtener las componente principales, es aplicada también a los vectores que contienen los límites de especificación inferior y/o superior y los valores objetivos, ($LIE_{Y_i} = u_i'LIE$, $LSE_{Y_i} = u_i'LSE$, $T_{Y_i} = u_i'T$). De este modo, se traslada el problema a un nuevo sistema de coordenadas definido por un subgrupo de las componentes principales más importantes.

Si las variables originales provienen de una distribución normal multivariada, las componentes principales, como combinaciones lineales de variables normales, también estarán normalmente distribuidas, y así, la incorrelación entre las mismas equivale a independencia.

En este nuevo contexto, el índice de capacidad propuesto se define simplemente como el producto de los índices univariados para cada una de las v componentes Y_i seleccionadas:



$$MC_{pm} = \left(\prod_{i=1}^v C_{pm, Y_i} \right)^{1/v}$$

donde C_{pm, Y_i} es el índice univariado C_{pm} (Kane (1986)) calculado para la i -ésima componente principal:

$$C_{pm, Y_i} = \frac{LSE_{pC_i} - LIE_{pC_i}}{6 \sqrt{\sigma_{Y_i}^2 + (\mu_{Y_i} - T_{Y_i})^2}}$$

donde $\sigma_{Y_i}^2$ y μ_{Y_i} denotan la media y variancia de la i -ésima componente principal.

Adicionalmente, C_{pm, Y_i} puede reemplazarse por las opciones C_{p, Y_i} , C_{pk, Y_i} o C_{pmk, Y_i} , para producir versiones multivariadas de los índices univariados más tradicionales.

Como en el caso univariado, el valor mínimo deseable para este índice es 1, indicando en dicho caso que el proceso opera dentro de la tolerancia impuesta y centrado en el valor objetivo.

Los autores Shinde y Khadse realizaron en el año 2009 una crítica al método propuesto por Wang argumentando que el mismo presenta un gran problema en la identificación de la región de especificación en el espacio de las componentes principales. Con el método originalmente propuesto, la obtención de la nueva región de especificación en el espacio de las componentes principales asume que los límites de especificación para las Y_i son independientes entre sí, hecho que no es correcto. En efecto, si la región de especificación inicial es el hiper-rectángulo $S = \{x \in \mathbb{R}^p : LIE \leq x \leq LSE\}$, entonces la región de especificación para las nuevas variables Y_i corresponde a una región en el espacio de las componentes principales definida por $S_2 = \{y \in \mathbb{R}^p : LIE \leq Uy \leq LSE\}$, donde $U = (u_1, u_2, \dots, u_p)$ es la matriz de autovectores normalizados de Σ . Sin embargo, la propuesta de Wang asume como región de especificación en el espacio de las componentes principales a la región $S_1 = \{y \in \mathbb{R}^p : U' LIE \leq y \leq U' LSE\}$ (Figuras 1 y 2).

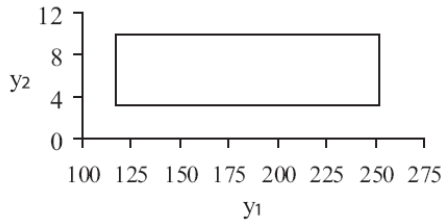


Figura 1: Región de tolerancia para las CPs según propuesta de Wang para $m=2$.

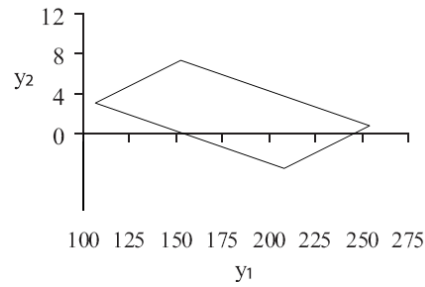


Figura 2: Región de tolerancia para las CPs según propuesta de Shinde et al. para $m=2$.

A partir de esta observación los autores proponen un método alternativo basado en la distribución empírica de las componentes principales. Para el caso general de p variables de calidad, la nueva región de especificación S_2 corresponde a una región de mayor complejidad, ya que está formada por un conjunto de $2p$ inecuaciones lineales en p variables. Por esta razón los autores proponen un índice basado en el cálculo de probabilidades.

Si sólo se consideran las v componentes principales más importantes, la región de especificación se define entonces como:

$$S'_2 = \{y \in \mathbb{R}^v : LIE \leq Uy \leq LSE \text{ con } y_r = E(Y_r) \forall r = v + 1, \dots, p\}.$$

Luego, los índices se definen en términos de la proporción de productos conformes:

$$MP_1 = P(Y \in S'_2 : Y \sim N_v(\mu_Y = T_Y, \Sigma_Y = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_v)))$$

$$MP_2 = P(Y \in S'_2 : Y \sim N_v(\mu_Y, \Sigma_Y = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_v)))$$

Si $MP_1 \geq 0.9973$ el proceso es potencialmente capaz, mientras que si $MP_2 \geq 0.9973$ el proceso es realmente capaz.

El cálculo exacto de estos índices implica la evaluación de integrales múltiples en regiones demasiado complejas, por lo que su obtención se propone mediante un enfoque empírico haciendo uso de procedimientos de simulación.



3. PROPIEDADES DISTRIBUCIONALES DE LOS INDICADORES

La distribución exacta de los indicadores basados en una muestra, no es conocida, aún cuando las variables aleatorias sigan una distribución normal. Esta característica hace que sus propiedades como estimadores de la capacidad, deban ser estudiadas por simulación. Se diseñaron escenarios hipotéticos que permitieron evaluar y comparar el comportamiento de los dos índices considerados, frente a una variedad de situaciones, que contemplan tanto procesos que funcionan adecuadamente bajo las especificaciones requeridas (*capaces*), como procesos que producen fuera de especificación (*no capaces*).

Los resultados que se presentan corresponden a dos variantes de distribuciones de probabilidad de las variables: normales multivariadas y variables normales contaminadas con tres niveles de contaminación ($k = 0.05, 0.10$ y 0.15). Bajo cada distribución se simularon observaciones de procesos capaces y no capaces, fijando previamente los escenarios de parámetros y especificaciones. Las situaciones de no capacidad contemplaron cinco variantes: no capacidad en media en una o varias variables, en variancia en una o varias variables y en ambas simultáneamente, media y variancia. Además en cada caso se contemplaron distintos números de variables ($p = 2, 3$ y 5), distintos tamaños de muestra ($n = 10p, 20p$ y $30p$) y diferentes niveles de correlación entre las variables, asumiendo en todos los casos una estructura de equicorrelación entre las variables ($\rho_{ij} = 0.05t, t \in \mathbb{N}, 1 \leq t \leq 19, \forall i, j$).

Cada uno de los escenarios considerados fue simulado 20000 veces y se obtuvieron los promedios y desvíos estándares de los índices obtenidos con cada simulación.

Los resultados fueron analizados por distribución de las variables y situación del proceso, capaz o no capaz.

En cada uno de los escenarios se ajustaron modelos que consideraron el efecto de los factores número de variables, nivel de correlación y tamaño de muestra sobre el valor de los índices, así como las interacciones entre ellas.

En el caso de las distribuciones normales contaminadas se agrega el factor nivel de contaminación y en los casos de situaciones de procesos no capaces, el factor que representa la variante de no capacidad.

A su vez, para cada escenario se obtuvieron las proporciones de ítems fuera de especificación, las cuales fueron traducidas a un índice C_p univariado tradicional, con el objetivo de usarlo como referencia para comparar los valores de los índices multivariados obtenidos.



Para el índice de Shinde, dado que éste reporta directamente proporciones de productos conformes, los valores de referencia utilizados son las proporciones de ítems dentro de especificación calculados.

El software utilizado para programar las simulaciones fue R 3.0.1. Los algoritmos para calcular los indicadores fueron construidos utilizando como base, algunas de las funciones definidas en el paquete MPCl (Santos Fernández (2012)). Para el ajuste de los modelos se utilizó el software MINITAB 16.

4. RESULTADOS

En el caso de distribuciones normales, cuando los procesos son capaces, el factor tamaño de muestra no produjo efecto sobre los promedios de los índices, por lo que se excluyó del modelo. La alternativa modificada (Shinde) ofrece un mejor comportamiento que la versión original, ya que los valores del índice resultan robustos frente a variaciones en la magnitud de la correlación entre las variables. Por el contrario, la alternativa inicial se ve afectada por cambios en la correlación (Tabla 1)

Table 1: Índices de Capacidad Promedio (ES) bajo Normalidad en Procesos Capaces

P	ρ	$MC_{pm}^{(W)}$	Ref.	$MP_2^{(*)}$	Ref. ^(*)
2	0.05	0.89271 (2.1E-3)	1.10360	0.99797 (7.3E-5)	0.99907
	0.50	0.73738 (2.5E-3)	1.10506	0.99835 (6.4E-5)	0.99908
	0.90	1.20438 (1.1E-3)	1.12366	0.99889 (5.5E-5)	0.99925
3	0.05	0.79122 (2.0E-3)	1.06520	0.99763 (6.7E-5)	0.99986
	0.50	0.49975 (1.6E-3)	1.07378	0.99852 (5.5E-5)	0.99872
	0.90	1.21203 (8.6E-4)	1.09324	0.99914 (3.8E-5)	0.99896
5	0.05	0.70099 (1.8E-3)	1.01513	0.99660 (5.5E-5)	0.99767
	0.50	0.27320 (8.7E-4)	1.01956	0.99687 (4.7E-5)	0.99778
	0.90	1.21894 (6.7E-4)	1.09757	0.99819 (3.0E-5)	0.99901

(*) Valores expresados en términos de proporciones de productos conformes.

En el caso de procesos no capaces, se observan resultados más variables. La propuesta original de Wang es muy afectada por los cambios en los niveles de correlación, sobreestimando la capacidad del proceso de producir conforme a las especificaciones. Esto es más notorio cuando el número de variables bajo control aumenta. (Tabla 2). La propuesta modificada de Shine, indica correctamente que el proceso no es capaz, en todas las situaciones simuladas de falta de capacidad. Esto se evidencia en la similitud entre el valor del índice y la proporción de productos no conformes teóricas, usadas como valores de referen-



cia.

Table 2: Indices de Capacidad Promedio (ES) bajo Normalidad en Procesos No Capaces

	p	ρ	$MC_{pm}^{(W)}$	Ref.	$Mp_2^{(*)}$	Ref. ^(*)
S-II	2	0.05	0.89878 (1.1E-3)	0.82092	0.98227 (3.9E-4)	0.98621
		0.50	0.86002 (1.2E-3)	0.82186	0.98449 (3.5E-4)	0.98632
		0.90	0.96367 (8.5E-4)	0.82484	0.98409 (3.7E-4)	0.98666
	3	0.05	0.84184 (1.6E-3)	0.81701	0.98325 (3.1E-4)	0.98576
		0.50	0.81714 (1.2E-3)	0.81866	0.98410 (3.1E-4)	0.98596
		0.90	1.02931 (7.3E-4)	0.82478	0.98591 (2.8E-4)	0.98665
	5	0.05	0.75620 (1.6E-3)	0.80951	0.98401 (2.4E-4)	0.98484
		0.50	0.51591 (1.3E-3)	0.81409	0.98520 (2.4E-4)	0.98541
		0.90	1.09677 (6.0E-4)	0.82458	0.98736 (2.3E-4)	0.98663
S-III	2	0.05	0.63172 (1.5E-3)	0.73976	0.96622 (5.3E-4)	0.97353
		0.50	0.52325 (1.7E-3)	0.74621	0.97330 (4.8E-4)	0.97482
		0.90	0.85133 (7.5E-4)	0.77731	0.98240 (3.9E-4)	0.98030
	3	0.05	0.65865 (1.5E-3)	0.73756	0.96967 (4.1E-4)	0.97308
		0.50	0.42878 (1.3E-3)	0.74497	0.97293 (4.1E-4)	0.97458
		0.90	0.92627 (6.6E-4)	0.78023	0.98431 (3.1E-4)	0.98075
	5	0.05	0.61215 (1.4E-3)	0.68351	0.95796 (4.0E-4)	0.95969
		0.50	0.27034 (8.5E-4)	0.69764	0.96492 (3.8E-4)	0.96364
		0.90	0.94899 (5.2E-4)	0.75181	0.98557 (2.4E-4)	0.97589
S-IV	2	0.05	0.74040 (1.7E-3)	0.90421	0.99121 (2.2E-4)	0.99332
		0.50	0.61459 (2.2E-3)	0.90508	0.99237 (2.1E-4)	0.99338
		0.90	1.07423 (9.3E-4)	0.90800	0.99296 (2.0E-4)	0.99355
	3	0.05	0.69845 (1.7E-3)	0.89680	0.99137 (1.8E-4)	0.99286
		0.50	0.43560 (1.4E-3)	0.89768	0.99411 (1.7E-4)	0.99292
		0.90	1.14716 (8.1E-4)	0.90880	0.99381 (1.6E-4)	0.99360
	5	0.05	0.64970 (1.6E-3)	0.88319	0.99304 (1.5E-4)	0.99194
		0.50	0.24757 (7.9E-4)	0.88863	0.99473 (1.3E-4)	0.99232
		0.90	1.19289 (6.5E-4)	0.90682	0.99443 (1.2E-4)	0.99348
S-V	2	0.05	0.65108 (1.4E-3)	0.83381	0.98424 (3.1E-4)	0.98763
		0.50	0.55262 (1.7E-3)	0.83979	0.98757 (2.8E-4)	0.98824
		0.90	0.84287 (6.4E-4)	0.86809	0.99169 (2.2E-4)	0.99079
	3	0.05	0.63408 (1.6E-3)	0.82950	0.98521 (2.5E-4)	0.98717
		0.50	0.39877 (1.3E-3)	0.83621	0.99039 (2.2E-4)	0.98788
		0.90	0.99908 (6.7E-4)	0.86258	0.99258 (1.8E-4)	0.99034
	5	0.05	0.57614 (1.5E-3)	0.77938	0.98395 (2.3E-4)	0.98062
		0.50	0.22513 (7.2E-4)	0.79182	0.98870 (1.9E-4)	0.98247
		0.90	1.03465 (5.4E-4)	0.84109	0.99326 (1.4E-4)	0.98837
S-VI	2	0.05	0.52277 (1.2E-3)	0.59013	0.91899 (9.5E-4)	0.92334
		0.50	0.44061 (1.4E-3)	0.60384	0.93292 (9.2E-4)	0.92994
		0.90	0.69127 (5.7E-4)	0.64135	0.95661 (7.0E-4)	0.94565
	3	0.05	0.56349 (1.3E-3)	0.58928	0.92212 (7.9E-4)	0.92291
		0.50	0.38240 (1.2E-3)	0.60336	0.93097 (7.8E-4)	0.92972
		0.90	0.79931 (5.5E-4)	0.64169	0.95853 (5.8E-4)	0.94578
	5	0.05	0.53524 (1.2E-3)	0.52819	0.88745 (7.3E-4)	0.88693
		0.50	0.24852 (7.7E-4)	0.55484	0.90966 (7.1E-4)	0.90399
		0.90	0.83112 (4.4E-4)	0.61711	0.96013 (4.4E-4)	0.93588

(*) Valores expresados en terminos de proporciones de productos conformes.

Frente a vectores de variables provenientes de distribuciones normales contaminadas en distintos niveles, se encontró que, cuando los procesos son capaces, la alternativa inicial en la línea de componentes principales no resulta adecuada. Su comportamiento se ve altamente influenciado por los niveles de correlación entre las variables, por lo que es posible que la conclusión respecto del estado del proceso no refleje la capacidad real del mismo. La alternativa más reciente señala correctamente que el proceso es capaz, aunque produce cierto grado de sobreestimación de la capacidad real. (Tabla 3)



Por otro lado, se observa que, al menos para los niveles ensayados, el porcentaje de contaminación en la distribución de los datos no influye sobre los valores medios de los índices.

Table 3: Índices de Capacidad Promedio (ES) frente a Normales contaminadas, en Procesos Capaces

<i>k</i>	<i>p</i>	<i>ρ</i>	$MC_{pm}^{(W)}$	Ref.	$MP_2^{(*)}$	Ref. ^(*)
0,05	2	0.05	1,83932	1,11056	0,99999	0,99914
		0.50	1,74345	1,11459	0,99999	0,99917
		0.90	2,46326	1,13664	1,00000	0,99935
	3	0.05	1,64926	1,07282	1,00000	0,99871
		0.50	1,30930	1,08017	1,00000	0,99881
		0.90	2,45655	1,11863	1,00000	0,99921
	5	0.05	1,49212	1,02391	1,00000	0,99787
		0.50	0,82129	1,03878	1,00000	0,99817
		0.90	2,44638	1,09557	1,00000	0,99899
0,10	2	0.05	1,76729	1,10845	0,99999	0,99912
		0.50	1,75383	1,11167	0,99999	0,99915
		0.90	2,36194	1,13300	0,99999	0,99932
	3	0.05	1,58089	1,07042	0,99999	0,99868
		0.50	1,31520	1,07834	1,00000	0,99878
		0.90	2,33965	1,11447	1,00000	0,99917
	5	0.05	1,41817	1,02097	1,00000	0,99781
		0.50	0,81809	1,03369	1,00000	0,99807
		0.90	2,32252	1,08874	1,00000	0,99891
0,15	2	0.05	1,68089	1,11786	0,99997	0,99920
		0.50	1,68180	1,12055	0,99998	0,99923
		0.90	2,24346	1,14112	0,99999	0,99938
	3	0.05	1,49595	1,08005	0,99999	0,99881
		0.50	1,23981	1,08730	1,00000	0,99889
		0.90	2,21833	1,12210	1,00000	0,99924
	5	0.05	1,34217	1,03080	1,00000	0,99801
		0.50	0,75693	1,04057	1,00000	0,99820
		0.90	2,20845	1,09386	1,00000	0,99897

Nuevamente, el porcentaje de contaminación en la distribución de los datos no produce un efecto significativo sobre los valores medios de los índices por lo que los resultados se muestran promediados a través de los tres niveles de contaminación ensayados. Las conclusiones obtenidas para la propuesta inicial, $MC_{pm}^{(W)}$, son similares a los casos analizados. El índice no es adecuado ya que podría no detectar que el proceso tiene problemas para cumplir con las especificaciones. La propuesta modificada mejora el comportamiento, si bien no en todos los escenarios ensayados. El índice de Shahriari no detecta situaciones de anomalías en la variabilidad de los procesos (S-II y S-III), principalmente cuando se estudian 2 o incluso 3 variables. Cuando los procesos tienen problemas de centrado respecto a los valores objetivos, el índice lo indica correctamente, aunque su valor puede indicar que el problema es más grave que lo que realmente es, especialmente cuando aumentan las correlaciones.

El índice de Shinde también presenta inconvenientes para reflejar correctamente que los



procesos no son capaces, a menos que la anomalía sea notable, como es el caso de la situación VI ensayada. Para las situaciones II a V, las anomalías introducidas en los procesos fueron moderadas, y el índice arrojó en todos los casos valores superiores a 0.999 indicando erróneamente que los procesos operan de acuerdo a las especificaciones (Tabla 4).

Table 4: Índices de Capacidad Promedio (ES) frente a Normales contaminadas, en Procesos No Capaces

	<i>p</i>	<i>ρ</i>	$MC_{PM}^{(W)}$	Ref.	$Mp_2^{(*)}$	Ref. ^(*)
S-II	2	0.05	1.52865 (5.5E-3)	0.94565	0.99970 (2.9E-5)	0.99538
		0.50	1.56539 (5.6E-3)	0.94831	0.99974 (3.1E-5)	0.99549
		0.90	2.01188 (4.3E-3)	0.95514	0.99977 (2.6E-5)	0.99577
	3	0.05	1.43679 (5.5E-3)	0.93649	0.99986 (1.6E-5)	0.99498
		0.50	1.27064 (5.3E-3)	0.94179	0.99988 (1.5E-5)	0.99522
		0.90	2.11050 (3.8E-3)	0.95452	0.99988 (1.4E-5)	0.99574
	5	0.05	1.27067 (4.5E-3)	0.92024	0.99989 (9.6E-6)	0.99418
		0.50	0.84177 (3.7E-3)	0.93033	0.99992 (7.3E-6)	0.99469
		0.90	2.05331 (2.9E-3)	0.95381	0.99993 (7.0E-6)	0.99571
S-III	2	0.05	1.24624 (4.5E-3)	0.88277	0.99941 (4.6E-5)	0.99177
		0.50	1.22068 (4.8E-3)	0.89057	0.99954 (4.1E-5)	0.99232
		0.90	1.66605 (3.6E-3)	0.91863	0.99967 (3.3E-5)	0.99404
	3	0.05	1.28565 (4.9E-3)	0.87744	0.99973 (2.3E-5)	0.99138
		0.50	1.15425 (4.7E-3)	0.88725	0.99978 (2.0E-5)	0.99209
		0.90	1.88232 (3.4E-3)	0.91879	0.99983 (1.7E-5)	0.99405
	5	0.05	1.18806 (4.2E-3)	0.83175	0.99983 (1.2E-5)	0.98721
		0.50	0.80286 (3.5E-3)	0.84953	0.99989 (9.0E-6)	0.98898
		0.90	1.91709 (2.7E-3)	0.89936	0.99991 (7.7E-6)	0.99289
S-IV	2	0.05	0.87990 (3.6E-3)	0.93020	0.99913 (6.3E-5)	0.99460
		0.50	0.86477 (4.2E-3)	0.93186	0.99931 (5.3E-5)	0.99467
		0.90	1.29049 (1.6E-3)	0.93430	0.99926 (5.7E-5)	0.99479
	3	0.05	0.94235 (3.8E-3)	0.92206	0.99948 (3.7E-5)	0.99420
		0.50	0.76293 (3.8E-3)	0.92540	0.99956 (3.5E-5)	0.99436
		0.90	1.64143 (2.0E-3)	0.93284	0.99953 (3.4E-5)	0.99472
	5	0.05	0.98350 (3.6E-3)	0.90746	0.99970 (2.0E-5)	0.99341
		0.50	0.54624 (2.7E-3)	0.91460	0.99978 (1.6E-5)	0.99380
		0.90	1.98953 (2.3E-3)	0.92913	0.99971 (1.8E-5)	0.99455
S-V	2	0.05	0.64043 (1.5E-3)	0.86599	0.99832 (8.8E-5)	0.99031
		0.50	0.63549 (1.5E-3)	0.87741	0.99870 (7.8E-5)	0.99122
		0.90	0.73602 (4.4E-4)	0.90571	0.99901 (6.7E-5)	0.99319
	3	0.05	0.75099 (3.0E-3)	0.86128	0.99899 (5.3E-5)	0.98993
		0.50	0.58058 (2.8E-3)	0.87367	0.99918 (4.8E-5)	0.99095
		0.90	1.03939 (7.9E-4)	0.90245	0.99938 (4.0E-5)	0.99301
	5	0.05	0.72119 (2.6E-3)	0.81605	0.99911 (3.7E-5)	0.98520
		0.50	0.39841 (2.0E-3)	0.83789	0.99939 (2.8E-5)	0.98766
		0.90	1.12873 (6.9E-4)	0.88428	0.99956 (2.4E-5)	0.99176
S-VI	2	0.05	0.45284 (1.0E-3)	0.65521	0.92904 (1.1E-3)	0.95007
		0.50	0.44935 (1.1E-3)	0.67048	0.94411 (9.2E-4)	0.95525
		0.90	0.52043 (3.1E-4)	0.70188	0.95965 (8.0E-4)	0.96437
	3	0.05	0.45284 (2.6E-3)	0.65444	0.93689 (8.8E-4)	0.94981
		0.50	0.44935 (2.4E-3)	0.66978	0.94989 (7.9E-4)	0.95503
		0.90	0.52043 (6.5E-4)	0.70119	0.96228 (6.5E-4)	0.96417
	5	0.05	0.61948 (2.3E-3)	0.60744	0.91672 (8.9E-4)	0.93092
		0.50	0.52020 (1.8E-3)	0.63315	0.93924 (7.0E-4)	0.94203
		0.90	0.83685 (5.9E-4)	0.68288	0.96245 (5.2E-4)	0.95911

4. CONSIDERACIONES FINALES

La posibilidad de disponer de mediciones como las que proponen los Índices Multivariados de Capacidad son muy atractivas, dado que con simples indicadores numéricos es posible



hacer una evaluación del proceso, observando si está funcionando dentro de las especificaciones requeridas para cada variable de calidad. Esta característica facilita la toma de decisiones. En el caso de los indicadores que utilizan Componentes Principales, si bien el cálculo no es sencillo, éste puede programarse para ser evaluado en forma automática a partir de las observaciones de una muestra de las variables del proceso.

Como es de esperarse, el hecho de utilizar sólo un conjunto de Componentes Principales, permite desechar parte del ruido producido por variaciones aleatorias y los Índices se muestran más efectivos que otras alternativas, sin embargo, aún cuando la normalidad de las variables no sea un requisito requerido para su aplicación, frente a desviaciones de la normalidad pierden eficiencia bajo ciertos escenarios. Esta influencia es menos notable en la versión modificada del indicador.

5. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Eriksson, L., Johansson, E., Kettaneh-Wold, N., Trygg, J., Wikström, C., Wold, S. (2006). *Multi- and Megavariate Data Analysis. Part I: Basic Principles and Applications, 2nd ed.* Umetrics AB, Umeå, Sweden

Santos Fernandez, E., Scagliarini, M. (2012). *MPCI: An R package for computing multivariate process capability indices.* Journal of Statistical Software, 47(7), pp. 1-15.

Shinde, R.L., Khadse, K.G. (2009). Multivariate Process Capability Using Principal Component Analysis. *Quality and Reliability Engineering International*, 25(1), pp.69-77.

Wang, F.K., Chen, J. (1998). Capability Index Using Principal Component Analysis. *Quality Engineering*, 11, pp. 21-27.

Wang, F.K., Du, T.C.T. (2000). Using Principal Component Analysis in Process Performance for Multivariate Data. *Omega*, 28, pp. 185-194.

Wang, F.K., Hubele, N., Lawrence, F., Miskulin, J., Shahriari, H. (2000). Comparison of Three Multivariate Process Capability Indices. *Journal of Quality Technology*, 32(3), pp. 263-275.